Concursul Interjudeţean de Matematică "Cristian S. Calude"
Proba pe echipe, clasele VII-VIII
27 octombrie 2013

Soluţii

BARAJUL al II-lea

Problemă. Să se determine numerele naturale $m, n, p, p < n < m$ astfel încât $653 < 5^m + 5^n + 5^p < 809$.

Soluţie: Dacă $p \geq 3 \Rightarrow 809 > 5^m + 5^n + 5^p \geq 5^3 + 5^4 + 5^5 = 3875(fals)$.
Rezultă că $p \in \{0,1,2\}$.

1. $p = 0 \Rightarrow 652 < 5^m + 5^n < 808.$
Se observă că dacă $n \geq 4 \Rightarrow m \geq 5 \Rightarrow 808 > 5^4 \cdot 6(fals) \Rightarrow n \in \{1,2,3\}$.
$n = 1 \Rightarrow 647 < 5^m < 803$(*nu are soluţie*);
$n = 2 \Rightarrow 627 < 5^m < 783$(*nu are soluţie*);
$n = 3 \Rightarrow 527 < 5^m < 683 \Rightarrow m = 4$;
$(0,3,4)$ *soluţie.*

2. $p = 1 \Rightarrow \begin{cases} n = 2 \\ m = 4 \end{cases} sau \begin{cases} n = 3 \\ m = 4 \end{cases}$;
$(1,2,4); (1,3,4)$ *soluţii*;

3. $p = 2 \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \\ m = 4 \end{cases}$;
$(2,3,4)$ *soluţie*;

Răspuns: S=$\{(0,3,4),(1,2,4),(1,3,4),(2,3,4)\}$.